

Istituzioni Matematiche – prova d'esame bis

1. Si dica se le affermazioni seguenti sono vere o false.

V F $\frac{8^4 \cdot 8^3}{8^8} = \frac{7}{8}$;

V F $\log_{3/2}(27/8) = 3$

V F Dati due numeri real x, y si ha che $|x| = |y|$ se e solo se $x = \pm y$;

V F Se la funzione $f(x)$ è positiva allora la funzione $\sqrt{f(x)}$ è sempre continua;

V F $-1 \leq \int_0^1 (1-x) \cos(\pi x/2) dx \leq 0$;

2. Si consideri la successione $a_n = \frac{\sqrt{n+1}}{n} : n \in \mathbb{N}$.

Si dica se le affermazioni seguenti sono vere o false.

V F è monotona crescente;

V F ha limite in \mathbb{R} ;

V F è definita per ogni $n \geq 0$;

V F è irregolare.

Il limite della successione per $n \rightarrow \infty$

o non esiste; o esiste ed è ∞ ; o esiste finito ed è $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$

3. Si calcoli la retta di regressione che approssima i dati $(0, 0), (1, 2), (2, 4)$.

4. Sia

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin(1/x) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Stabilire se la funzione è continua in $x = 0$ e se è derivabile in $x = 0$. In caso affermativo si dica quanto vale $f'(0)$.

5. Determinare se esistono e quanto valgono i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin(x)}{x^3} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \frac{\log_e(x+3)}{\log_e(x-3)} =$$

6. Si calcolino i seguenti integrali:

$$\int_0^{\pi} x \cos(3x) dx =$$

$$\int_0^1 (x+2) \sin(x^2+4x) dx =$$

7. Si lanci 4 volte una moneta non truccata e si indichino con t il numero di volte in cui viene testa e con c il numero di volte in cui viene croce. Si calcolino le probabilità degli eventi $A = \{t \text{ sia uguale a } 2\}$, $B = \{c \text{ sia dispari}\}$.

8. Da un'urna che contiene 6 palline, 3 di colore rosso, 2 di colore blu ed una di colore verde si estrae 2 volte una pallina (che dopo ogni estrazione viene rimessa nell'urna). Si calcolino le probabilità degli eventi:

(A): escono due palline con lo stesso colore;

(B): escono due palline entrambe di colore diverso dal blu.

$$Pr(A) =$$

$$Pr(B) =$$