

# Istituzioni Matematiche – prova d'esame

1. Uno studente deve sostenere 6 esami ogni anno nell'ordine che preferisce per i 3 anni di durata del suo corso di laurea, senza poter rimandare un esame da un anno all'altro.

(3/0/-1) Quante sono le possibili sequenze dei 18 esami?

2. Un gruppo di lavoro è formato da 10 persone, di cui 4 sono donne. Qual è la probabilità che estraendo un sottogruppo di 4 individui:

(3/0/-1) non vi sia nemmeno una donna?

(4/0/-1)  il numero degli uomini sia inferiore a quello delle donne?

3. Si consideri la successione

$$a_n = 5^n - 4^n - 3^n.$$

Si calcoli (se esiste) il limite per  $n \rightarrow \infty$ .

(3/0/-1) Il limite della successione per  $n \rightarrow \infty$

○ non esiste;                      ○ esiste ed è  $\infty$ ;                      ○ esiste finito ed è  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$

Si consideri poi la serie  $\sum_{n=3}^{\infty} b_n$  dove  $b_n = \frac{1}{a_n}$ .

(3/0/-1) Si determini il carattere della serie

○ convergente;                      ○ divergente;                      ○ irregolare.

4. Sia  $f(x)$  una funzione derivabile in tutto  $\mathbb{R}$  e  $g(x)$  la sua derivata. Si dica se le affermazioni seguenti sono vere o false

(2/0/-1) **V F** se  $g(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$  allora  $f(x)$  è una funzione monotona crescente;

(2/0/-1) **V F**  $f(x)$  è l'unica primitiva di  $g(x)$ ;

(2/0/-1) **V F** se  $g(-1) > 0 > g(1)$  allora  $f$  ha un massimo in  $(-1, 1)$ ;

(2/0/-1) **V F** se  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 0$  allora  $g(0) = 0$ .

5. Si calcolino la derivata e (se esistono) minimi e massimi relativi di  $f(x) = x(x - 4\sqrt{x})$  nel suo dominio

$D = \{x \geq 0\}$ .                      (2/0/-1)  $f'(x) =$

(2/0/-1) Il minimo relativo

(2/0/-1) Il massimo relativo

○ non esiste;

○ non esiste;

○ esiste ed è  $m =$

○ esiste ed è  $M =$

6. Si consideri la funzione  $f(x) = \frac{-1}{(x+1)^2}$ . Si calcolino:

(4/0/-1) una primitiva di  $f(x)$

(2/0/-1) l'integrale  $\int_0^2 f(x) dx =$

7. Si calcolino i limiti seguenti.

(3/0/-1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log_e(x+1)}{\log_e(x)} =$

(3/0/-1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x) - 1 - 2x^2}{x^2} =$